

"Затверджую"

\_\_\_.\_\_.2023 р.

Ректор

проф. В. П. Мельник

№ особової справи \_\_\_\_\_ Варіант \_\_\_\_\_

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 111 "МАТЕМАТИКА"

(Освітні програми «Актуарна та фінансова математика», «Математична економіка і економетрика»)

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(.....)

Обчислити  $\log_2 \log_3(5^a)$ , якщо  $a = \log_5 81$ .

2.(.....)

Вершини трикутної піраміди  $ABCD$  знаходяться у точках  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(9; 6; 4)$ ,  $C(3; 0; 4)$ ,  $D(5; 2; 6)$ . Обчислити об'єм піраміди  $ABCD$ . Система координат прямокутна.

3.(.....)

Знайти найменший елемент множини  $A \cap B$ , якщо  $A = \{0; 1; 2; 3\}$ ;  $B = \{0,125; 0,25; 0,5; 1; 2\}$ .

4.(.....)

Знайти найменше число в області визначення функції  $y = \sqrt{1-4x^2}$ .

5.(.....)

Обчислити  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .

6.(.....)

Знайти значення похідної функції  $f(x) = x^x$  у точці  $x = 1$ .

7.(.....)

Серед первісних  $F(x)$  функції  $f = x \sin x + x$  вибрати таку, що  $F(\pi) = \pi + 0.375 \pi^2$ . У відповідь записати  $F(\pi/2)$ .

8.(.....)

Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями  $z = 2x$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

9.(.....)

Нехай  $U = L(a_1, a_2)$ ,  $V = L(b_1, b_2)$ . Знайти  $\dim(U \cap V)$ , якщо  $a_1 = (1,2,3)$ ;  $a_2 = (2,4,5)$ ;  $b_1 = (3,6,1)$ ;  $b_2 = (4,8,3)$ .

10.(.....)

Розв'яжіть рівняння  $x^2 + (-4 + 5i)x - (1 + 7i) = 0$  і у поле відповідей запишіть максимальне значення модуля його коренів.

11.(.....)

Які з формул числення висловлень є логічно еквівалентними (рівносильними) до формули  $(\neg(A \rightarrow B) \wedge \neg(A \wedge B)) \vee B$  ?

- 1)  $A \vee B$ ;
- 2)  $(A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B)$ ;
- 3)  $A \wedge B$ ;
- 4)  $\neg A \vee \neg B$ ;
- 5)  $A \rightarrow B$ .

12.(.....)

Які з чисел 52, 48, 6, -12, -72 конгруентні 26 за модулем 2?

1) усі; 2) 48; 3) 52; 4) 6; 5) -12, -72.

13.(.....)

Яке серед поданих рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?

- 1)  $\cos y y' = \sin y + 3x + 1$ ;
- 2)  $y' - xy^2 = 2xy$ ;
- 3)  $2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0$ ;
- 4)  $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx + \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$ .

14.(.....)

Знайти розв'язок  $y = y(x)$  задачі Коші  $y'' + y = \operatorname{tg} x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .

У відповідь записати значення  $y(2\pi)$ .

15.(.....)

Запишіть найслабшу (з поданих нижче) достатню умову на функцію  $\varphi = \varphi(x)$ , яка гарантує існування класичного розв'язку задачі Коші

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

- 1) функція  $\varphi$  неперервно диференційовна на  $R_+^1$ ;
- 2) функція  $\varphi$  неперервно диференційовна на  $R^1$ ;
- 3) функція  $\varphi$  двічі неперервно диференційовна на  $R_+^1$ ;
- 4) функція  $\varphi$  двічі неперервно диференційовна на  $R^1$ ;
- 5) функція  $\varphi$  тричі неперервно диференційовна на  $R_+^1$ ;
- 6) функція  $\varphi$  тричі неперервно диференційовна на  $R^1$ .

16.(.....)

Нехай функція  $f$  визначена в околі  $z_0 \in \mathbf{C}$ . Дати означення моногенності  $f$  в точці  $z_0$  (вибрати правильний варіант):

- 1) існує  $f'(z_0) \in \mathbf{C}$ ;
- 2)  $f'$  існує в околі  $z_0$  і неперервна в  $z_0$ ;
- 3)  $f'$  існує і неперервна в околі  $z_0$ ;

4) в точці  $z_0$  виконуються умови Коші – Рімана.

17.(.....)

У метричному просторі множина є скрізь щільною, якщо:

- 1) її замикання співпадає з усім простором;
- 2) її замикання порожнє;
- 3) внутрішність її замикання порожня;
- 4) доповнення до неї ніде не щільне;
- 5) доповнення до неї скінченне.

18.(.....)

Обчислити інтеграл Лебега  $\int_{[-2;3]} 2 \operatorname{sgn}(x^2 - x - 2) d\mu_1$ .

19.(.....)

У коробці знаходиться 3 білих і 4 червоних кульок. Навмання вибирають три кульки. Знайти ймовірність  $p$  того, що витягнуто не менше двох білих куль, якщо відомо, що серед витягнутих куль є принаймні одна біла. У талон відповідей записати значення  $93p$ .

20.(.....)

Сім раз підкидають симетричну монету. Випадкова величина  $\xi$  – кількість випадань герба. Знайти математичне сподівання випадкової величини  $\xi$ .

21.(.....)

Методом максимальної правдоподібності оцінити невідомий параметр  $a$  рівномірного розподілу на відрізку  $[a; b]$ , якщо задана реалізація вибірки

5	7	7	8	5	9	4	7	8	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

22.(.....)

Обчислити  $\int_{|z|=2} \frac{z dz}{z-i}$

- 1) 0;
- 2)  $-2\pi$ ;
- 3)  $\pi i$ ;
- 4)  $-2\pi i$ ;
- 5) інша відповідь

23.(.....)

Вкажіть, які із сімей підмножин множини  $\mathbb{R}$  утворюють топологію:

- 1)  $\tau = \{[a, +\infty): a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$ ;
- 2)  $\tau = \{(a, +\infty): a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$ ;
- 3)  $\tau = \{[a, b): a, b \in \mathbb{R}, a < b\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$ ;
- 4)  $\tau = \{5\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$ .

24.(.....)

Розв'язати задачу  $u_1 + u_2 + u_3 \rightarrow \min$ ,  $u_1 - u_2 \geq 0$ ,  $u_1 + u_2 - u_3 - 10 = 0$ ,  $u_1 \geq 0$ ,  $u_2 \geq 0$ ,  $u_3 \geq 0$ . У поле відповідей записати оптимальне значення цільової функції.

25.(.....)

Дві фірми виготовляють однорідний продукт в обсягах  $x_1$ ,  $x_2$  відповідно, їхні витрати при цьому задаються функціями  $C_1 = 6x_1$ ,  $C_2 = 3x_2$ . Обернена функція попиту, яка визначає ціну одиниці продукції, має вигляд  $p = 12 - 2(x_1 + x_2)$ . Знайти рівновагу Штакельберга для другого гравця в дуополії Курно. У поле відповідей записати  $p^*$ .