

**Міністерство освіти і науки України**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**

Затверджено  
на засіданні приймальної комісії  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
24.04.2023 р. (протокол № 4)  
Ректор

 **Володимир МЕЛЬНИК**



**ПРОГРАМА**  
**фахового вступного випробовування**  
**для здобуття освітнього ступеня магістра**

**Спеціальності – 111 «Математика»**  
**Освітні програми – «Актуарна та фінансова математика»,**  
**«Математична економіка та економетрика», «Математика»**

**ПРОГРАМА**  
**фахових вступних випробувань**  
**для здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр»**  
**спеціальності 111 «Математика» (Освітні програми «Актуарна та фінансова**  
**математика», «Математична економіка і економетрика»)**

**Методика викладання математики**

Перетворення виразів. Функція, її властивості та графік. Алгебраїчні, тригонометричні, степеневі й логарифмічні рівняння і нерівності. Вектори. Задачі планіметрії та стереометрії. Прогресії. Задачі з параметрами.

**Аналітична, диференціальна геометрія та топологія**

Основи векторної алгебри. Векторно-координатний метод та його застосування. Пряма на площині. Пряма і площина в просторі. Афінні перетворення та афінна класифікація кривих та поверхонь другого порядку. Кривина та скрут кривої. Поняття топологічного простору. Відкриті та замкнені підмножини в топологічних просторах. Неперервні відображення топологічних просторів. Гомеоморфізм. Приклади гомеоморфних просторів.

**Математичний аналіз**

Дійсні числа. Аксиоматичне означення лінійно впорядкованого поля дійсних чисел. Послідовності. Збіжні послідовності. Фундаментальна послідовність.

Поняття функції, границя функції, неперервність. Існування та неперервність оберненої до функції однієї змінної. Властивості функцій, неперервних на компактах в  $\mathbb{R}^n$ . Диференціал та похідна функції однієї змінної, їх геометрична інтерпретація. Основні правила диференціювання. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші. Формули Тейлора та Маклорена. Екстремум функції однієї та багатьох змінних. Дослідження функцій однієї змінної.

Визначений інтеграл. Інтегрованість за Ріманом неперервної функції. Існування первісної неперервної функції. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Застосування визначеного інтеграла: площа, довжина дуги, об'єм.

Невластиві інтеграли, інтеграли, що залежать від параметра, неперервність, інтегрування та диференціювання по параметру.

Числові ряди. Найпростіші ознаки збіжності (ознака порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака). Абсолютна та умовна збіжність, ознака Лейбніца.

Функціональні послідовності і ряди. Рівномірна збіжність, почленне інтегрування та диференціювання. Ряди степеневі, Фур'є.

Кратні інтеграли, криволінійні та поверхневі інтеграли, їх застосування.

**Лінійна алгебра, математична логіка, алгебра і теорія чисел**

Матриці і їх визначники. Властивості визначників. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі. Обернена матриця. Структура загального розв'язку системи лінійних рівнянь. Розклад многочленів з комплексними (дійсними) коефіцієнтами на незвідні множники. Порівняння першого степеня з одним невідомим.

Висловлення та його істинносне значення. Дії над висловленнями. Предикат. Квантори, заперечення предикатів з кванторами. Основні операції над множинами та їх властивості. Декартів добуток множин, зліченні множини, потужність континуума. Відношення. Відношення еквівалентності.

Означення та приклади лінійних просторів та їх підпросторів. Лінійні оператори і їх матриці. Власні значення і власні вектори. Оператори простої структури. Лінійні оператори в евклідових і унітарних просторах.

Групи і підгрупи. Поняття фактор-групи. Теорема Лагранжа.

Поняття кільця і поля. Ідеали. Фактор-кільця. Кільця з однозначним розкладом на прості множники.

**Диференціальні рівняння**

Задача Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку. Методи розв'язування однорідних та лінійних рівнянь першого порядку. Нормальні лінійні системи звичайних диференціальних рівнянь. Задача Коші.

Умови існування єдиного розв'язку. Нормальні лінійні однорідні системи. Фундаментальна система розв'язків та її існування. Структура загального розв'язку. Нормальні лінійні неоднорідні системи. Структура загального розв'язку. Метод варіації сталих. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Методи розв'язування (метод варіації сталих, метод неозначених коефіцієнтів).

#### **Рівняння в частинних похідних**

Класифікація і зведення до канонічного вигляду рівнянь в частинних похідних другого порядку. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни. Існування розв'язку задачі Коші для однорідного хвильового рівняння. Єдиність розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння. Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є. Існування розв'язку. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності.

#### **Теорія функцій комплексної змінної**

Модуль та аргумент комплексного числа. Тригонометрична та показникова форма запису комплексного числа. Означення аналітичної функції. Умови Коші-Рімана. Означення та основні властивості елементарних аналітичних функцій (ціла лінійна функція, степенева, показникова функції). Інтегральні теореми Коші. Інтегральна формула Коші. Ізольовані особливі точки однозначного характеру, їх класифікація. Теорема Ліувілля.

#### **Функціональний аналіз і теорія міри**

Метричні простори, приклади. Збіжність послідовностей в метричних просторах. Фундаментальні послідовності. Повні метричні простори. Неперервність в точці для функції  $f: X \rightarrow Y$  ( $X, Y$  – метричні простори). Критерій неперервності.

Принцип стискуючих відображень і його застосування. Означення та основні властивості інтегралу Лебега. Теорема про перехід до границі під знаком інтеграла. Варіація функції. Міра множини.

#### **Теорія ймовірностей та математична статистика**

Класичне означення ймовірності. Аксиоматика Колмогорова теорії ймовірностей. Правило додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Числові характеристики випадкових величин. Закон великих чисел для незалежних випробувань. Елементи математичної статистики: точкові оцінки параметрів розподілу.

#### **Варіаційне числення та методи оптимізації**

Найпростіша задача класичного варіаційного числення. Задачі лінійного програмування. Екстремальні задачі функції кількох змінних.

#### **Математична економіка**

Рівновага Штакельберга в дуополі Курно. Задачі теорії споживання.

## Регламент вступного випробування

1. Вступне випробування проводиться письмово.
2. Вступне випробування триває 2,5 години.
3. Завдання вступного випробування містять: 25 тестових завдань з відкритою відповіддю, (відповідь – десятковий дріб до 6 знаків після коми).
4. Структура завдання:
  1. Методика викладання математики (1 завдання)
  2. Аналітична геометрія (1 завдання)
  3. Математичний аналіз (6 завдань)
  4. Лінійна алгебра, математична логіка, алгебра і теорія чисел (4 завдання)
  5. Диференціальні рівняння (2 завдання)
  6. Рівняння в частинних похідних (1 завдання)
  7. Теорія функцій комплексної змінної (2 завдання)
  8. Функціональний аналіз і теорія міри (2 завдання)
  9. Теорія ймовірностей та математична статистика (3 завдання)
  10. Диференціальна геометрія та топологія (1 завдання)
  11. Варіаційне числення та методи оптимізації, математична економіка (2 завдання)

Декан  
механіко-математичного  
факультету

Ігор ГУРАН