

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка

Затверджено
на засіданні приймальної комісії
Львівського національного університету
імені Івана Франка
24.04.2023 р. (протокол № 4)
Ректор

В. Мельник

Володимир МЕЛЬНИК



ПРОГРАМА
співбесіди з математики
для здобуття освітнього ступеня бакалавра

Львів-2023

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма співбесіди з математики призначена для осіб, які вступають до Львівського національного університету імені Івана Франка для здобуття освітнього рівня бакалавр за результатами співбесід.

Програму вступного випробування у вигляді співбесіди з математики розроблено відповідно до Програми зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти, затвердженої наказом МОН України № 1573 від 04.12.2019 року.

Метою проведення співбесіди є визначення рівня сформованості математичної компетентності абітурієнтів; оцінити результати навчання математики, здобуті на основі повної загальної середньої освіти рівня стандарту, відповідним державним вимогам.

Співбесіда відбуватиметься в очній формі з особистою присутністю абітурієнта в аудиторії.

Вступники, які проходять співбесіду, допускаються до участі в ній за наявності оригіналу документа, що посвідчує особу, та екзаменаційного листка з фотокарткою.

ПЕРЕЛІК РОЗДІЛІВ ТА ТЕМ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО СПІВБЕСІДИ

З дисципліни «Алгебра і початки аналізу»

I Функції, їх властивості та графіки

Дійсні числа. Похибки наближень і обчислень. Обчислення з наближеними даними. Відсоткові розрахунки.

Числові функції, способи їх задання, властивості та графіки. Обернена і складена функції. Границя і неперервність функцій.

Корінь n -го степеня. Арифметичний корінь n -го степеня, його властивості. Степені з раціональними показниками, їхні властивості. Перетворення виразів, які містять корені та степені з раціональними показниками. Степенева функція, її властивості і графік. Ірраціональні рівняння.

II Тригонометричні функції

Тригонометричні функції кута. Радіанне вимірювання кутів. Тригонометричні функції числового аргументу. Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу.

Формули зведення. Тригонометричні функції суми та різниці двох кутів. Тригонометричні функції подвійного аргументу. Сума та різниця синусів і косинусів.

Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій. Найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності. Гармонічні коливання.

III Показникові рівняння

Навчитися обчислювати значення показникових виразів, розв'язувати показникові рівняння та рівняння, які зводяться до них; застосовувати розв'язування рівнянь як засіб подання одних величин через інші. У результаті вивчення теми повинні вміти: обчислювати значення показникових виразів за допомогою обчислювальних засобів із заданою точністю; розв'язувати найпростіші показникові рівняння та рівняння, які зводяться до них.

IV Показникові нерівності

Навчитися розв'язувати найпростіші показникові нерівності та нерівності, які зводяться до них; застосовувати розв'язування нерівностей як засіб подання одних величин через інші. У результаті вивчення теми повинні вміти: розв'язувати найпростіші показникові нерівності та нерівності, які зводяться до них; застосовувати розв'язування нерівностей для обчислення систем.

V Логарифмічні рівняння

Навчити обчислювати значення логарифмічних виразів, розв'язувати найпростіші логарифмічні рівняння та рівняння, які зводяться до них; застосовувати розв'язування рівнянь як засіб подання одних величин через інші. У результаті вивчення теми повинні вміти: обчислювати значення логарифмічних виразів; розв'язувати найпростіші логарифмічні рівняння та рівняння, які зводяться до них; застосовувати розв'язування логарифмічних рівнянь для обчислення систем.

VI Логарифмічні нерівності

Навчити розв'язувати найпростіші логарифмічні нерівності та нерівності, які зводяться до них; застосовувати розв'язування нерівностей як засіб подання одних величин через інші. У результаті вивчення теми повинні вміти: розв'язувати найпростіші логарифмічні нерівності та нерівності, які зводяться до них; розрізняти властивості показникової та логарифмічної функцій; застосовувати розв'язування логарифмічних нерівностей для обчислення систем.

VII Обчислення похідних функцій

Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Похідні найпростіших функцій. Правила диференціювання. Похідні степеневих і тригонометричних функцій. Похідні складених функцій. Друга похідна і її фізичний зміст. У результаті вивчення теми повинні вміти: диференціювати функції,

використовуючи таблицю похідних і правила диференціювання; знаходити кутовий коефіцієнт і кут нахилу дотичної до графіка функції в даній точці, скласти рівняння дотичної.

VIII Побудова графіків функцій за допомогою похідної

Ознаки сталості, зростання й спадання функції. Екстремуми функції. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. У результаті вивчення теми повинні вміти: застосовувати похідну для знаходження проміжків монотонності і екстремумів функції; знаходити найбільше і найменше значення функції, розв'язувати нескладні прикладні задачі на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин.

IX Обчислення невизначених інтегралів

Первісна та її властивості. Найпростіші диференціальні рівняння. Інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Основні властивості інтеграла. У результаті вивчення теми повинні вміти: знаходити первісні, що зводяться до табличних, за допомогою правил знаходження первісних та найпростіших перетворень; виділяти первісну, що задовольняє задані початкові умови; відновлювати закон руху за заданою швидкістю, швидкість за прискоренням, кількість електрики за силою струму, тощо.

X Обчислення визначених інтегралів

Основні властивості та обчислення інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца. У результаті вивчення теми учні повинні вміти: обчислювати інтеграл за допомогою основних властивостей і формули Ньютона-Лейбніца; знаходити площі криволінійних трапецій.

З дисципліни «Геометрія»

XI Обчислення площ планіметричних фігур

Сформувати навички побудови геометричних фігур на площині, навчити обчислювати за відомими формулами площі планіметричних фігур. У результаті вивчення теми повинні вміти: зображати на площині фігури планіметрії; обчислювати за даними формулами площі планіметричних фігур.

XII Обчислення об'ємів, площ поверхонь многогранників

Розвинути сприйняття просторових форм геометричного моделювання; ввести кількісні характеристики геометричних тіл та їх поверхонь, навчити учнів обчислювати їх, дати уявлення про основні методи вимірювання геометричних величин - роздріблення і вичерпування. У результаті вивчення теми повинні вміти: обчислювати з необхідною точністю об'єми та площі поверхонь многогранників, використовуючи: основні формули; роздрібнення

тіл на найпростіші; необхідні вимірювання параметрів реальних тіл та їх моделей; технічні малюнки.

XIII Обчислення об'ємів та площ поверхні тіл обертання

Розвинути сприйняття просторових форм геометричного моделювання; ввести кількісні характеристики геометричних тіл та їх поверхонь, навчити учнів обчислювати їх, дати уявлення про основні методи вимірювання геометричних величин - роздріблення і вичерпування. У результаті вивчення теми учні повинні вміти: обчислювати з необхідною точністю об'єми та площі поверхонь геометричних тіл, використовуючи: основні формули; роздрібнення тіл на найпростіші; необхідні вимірювання параметрів реальних тіл та їх моделей; технічні малюнки.

ПРОГРАМНІ ПИТАННЯ З МАТЕМАТИКИ

I. Основні математичні поняття та факти

Арифметика, алгебра і початки аналізу

1. Натуральні числа (N). Прості та складені числа. Дільник, кратне. Найбільший спільний дільник. Найменше спільне кратне.
2. Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Цілі числа (Z). Раціональні числа (Q). Їх додавання, віднімання, множення і ділення. Порівняння раціональних чисел.
4. Дійсні числа (R), їх запис у вигляді десяткового дробу.
5. Зображення чисел на прямій. Модуль числа, його геометричний зміст.
6. Числові вирази. Вирази із змінними.
7. Степінь з натуральним і раціональним показником. Арифметичний корінь.
8. Логарифми, їх властивості.
9. Одночлен і многочлен. Дії над ними. Формули скороченого множення.
10. Многочлен з однією змінною. Корінь многочлена (на прикладі квадратного тричлена).
11. Поняття функції. Способи задання функції. Область визначення, область значень функції. Функція, обернена до даної.
12. Графік функції. Зростання і спадання функції; періодичність, парність, непарність.
13. Достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку. Поняття екстремуму функції. Необхідна умова екстремуму функції (теорема Ферма). Достатня умова екстремуму. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.

14. Означення й основні властивості функцій: лінійної $y = ax + b$, квадратичної $y = ax^2 + bx + c$, степеневі $y = ax^n$ ($n \in \mathbb{N}$), показникової $y = a^x$, $a > 0$, логарифмічної $y = \log_a x$, $a > 0$; тригонометричних функцій ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$).

15. Рівняння. Розв'язування рівнянь, корені рівняння. Рівносильні рівняння. Графік рівняння з двома змінними.

16. Нерівності. Розв'язування нерівностей. Рівносильні нерівності.

17. Системи рівнянь і системи нерівностей. Розв'язування систем. Корені системи. Рівносильні системи рівнянь.

18. Арифметична та геометрична прогресії. Формули n -го члена і суми n перших членів прогресії.

19. Синус і косинус суми та різниці двох аргументів (формули).

20. Перетворення в добуток сум: $\sin \alpha + \sin \beta$, $\cos \alpha + \cos \beta$.

21. Означення похідної, її фізичний та геометричний зміст.

22. Похідні елементарних функцій: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = x^n$, $n \in \mathbb{N}$.

23. Основні формули інтегрування.

Геометрія

1. Пряма, промінь, відрізок, ламана; довжина відрізка. Кут, величина кута. Вертикальні та суміжні кути. Паралельні прямі. Перетворення подібності та його властивості. Відношення площ подібних фігур.

2. Приклади перетворення геометричних фігур, види симетрії.

3. Вектори. Операції над векторами.

4. Многокутник. Вершини, сторони, діагоналі многокутника.

5. Трикутник. Медіана, бісектриса, висота трикутника, їх властивості. Види трикутників. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника.

6. Чотирикутник: паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція.

7. Коло і круг. Центр, діаметр, радіус, хорда, січна. Залежність між відрізками у колі. Дотична до кола. Дуга кола. Сектор, сегмент.

8. Центральні та вписані кути.

9. Формули площ геометричних фігур: трикутника, прямокутника, паралелограма, квадрата, трапеції.

10. Довжина кола й довжина дуги кола. Радіанна міра кута. Площа круга й площа сектора.

11. Площина. Паралельні площини та площини, що перетинаються.

12. Паралельність прямої і площини.

13. Кут прямої з площиною. Перпендикуляр до площини.

14. Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Перпендикулярність двох площин.

15. Многогранники. Вершини, ребра, грані, діагоналі многогранника. Пряма і похила призми; піраміда. Правильна призма і правильна піраміда. Паралелепіеди, їх види.

16. Тіла обертання: циліндр, конус, сфера, куля. Центр, діаметр, радіус сфери й кулі. Площина, дотична до сфери.

17. Формули площі поверхні й об'єму призми, піраміди, циліндра, конуса.

18. Формули об'єму кулі та її частин і формула площі сфери.

II. Основні формули і теореми

Алгебра і початки аналізу

1. Функція $y=ax+b$, її властивості, графік.

2. Функція $y=k/x$, її властивості, графік.

3. Функція $y=ax^2+bx+c$, її властивості, графік.

4. Формула коренів квадратного рівняння.

5. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.

6. Властивості числових нерівностей.

7. Логарифм добутку, степеня, частки.

8. Функції $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, їх означення, властивості, графіки.

9. Корені рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

10. Формули зведення.

11. Залежність між тригонометричними функціями одного й того ж аргументу.

12. Тригонометричні функції подвійного аргументу.

13. Похідна суми, добутку й частки двох функцій.

14. Рівняння дотичної до графіка функції.

Геометрія

1. Властивості рівнобедреного трикутника.

2. Властивості точок, рівновіддалених від кінців відрізка.

3. Ознаки паралельності прямих.

4. Сума кутів трикутника. Сума внутрішніх кутів опуклого багатокутника.

5. Ознаки паралелограма.

6. Коло, описане навколо трикутника.

7. Коло, вписане в трикутник.

8. Дотична до кола та її властивість.

9. Вимірювання кута, вписаного в коло.

10. Ознаки подібності трикутників.

11. Теорема Піфагора.

12. Формули площ паралелограма, трикутника, трапеції.
13. Формула відстані між двома точками площини. Рівняння кола.
14. Ознака паралельності прямої й площини.
15. Ознака паралельності площин.
16. Теорема про перпендикулярність прямої й площини.
17. Перпендикулярність двох площин.
18. Паралельність прямих і площин.
19. Перпендикулярність прямих і площин.
20. Формули на обчислення площ поверхонь та об'ємів многогранників та тіл обертання.

ВИМОГИ ДО РІВНЯ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОЇ ПІДГОТОВКИ (СФОРМОВАНОСТІ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК)

Основною вимогою до підготовки вступників з математики є:

- формування математичних знань як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення школярів з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишньої дійсності;
- інтелектуальний розвиток абітурієнтів, розвиток їхнього логічного мислення, пам'яті, уваги, інтуїції, умінь аналізувати, класифікувати, узагальнювати, робити умовиводи за аналогією, діставати наслідки з даних передумов шляхом несуперечливих міркувань тощо;
- опанування абітурієнтами системи математичних знань і вмінь, необхідних для вступу до вищих навчальних закладів на базі повної загальної середньої освіти.

Абітурієнти повинні знати:

- способи задання елементарних функцій, їх властивості; геометричні перетворення для побудови графіків функцій;
- формули тригонометричних функцій та наслідки з них; значення відомих кутів тригонометричних функцій;
- алгоритми розв'язування показникових, логарифмічних рівнянь і нерівностей;
- означення похідної та правила диференціювання простих і складних функцій; алгоритм дослідження функцій та побудови їх графіків за допомогою похідної;

- інтеграли елементарних функцій; правила обчислення неозначених та означених інтегралів;
- формули для обчислення об'ємів і площ поверхонь, зазначених у програмі, многогранників та тіл обертання.

Абітурієнти повинні вміти:

- обчислювати границі елементарних функцій та зображувати їх графіки;
- виконувати відсоткові розрахунки; розв'язувати три основні задачі на відсотки; розв'язувати нескладні ірраціональні рівняння;
- спрощувати тригонометричні вирази, розв'язувати найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності;
- виконувати перетворення виразів, які містять степені та логарифми; розв'язувати показникові та логарифмічні рівняння і нерівності;
- обчислювати похідні простих та складених функцій;
- застосовувати похідні до означеного та неозначеного інтеграла; обчислювати визначений інтеграл;
- розв'язувати задачі на обчислення об'ємів, площ поверхонь многогранників та тіл обертання.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАТЬ АБИТУРІЄНТІВ

Для оцінювання знань абітурієнтів застосовуються такі критерії та шкала оцінювання.

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
Початковий	15	розпізнає один із кількох запропонованих математичних об'єктів (символів, виразів), виділивши його серед інших; читає і записує числа, переписує даний математичний вираз, формулу;
	30	виконує одно крокові дії з числами, найпростішими математичними виразами;
	45	співставляє дані або словесно описує математичні об'єкти за їх суттєвими властивостями;
Середній	50	відтворює означення математичних понять і формулювання тверджень; за допомогою вчителя розв'язує завдання обов'язкового рівня;
	60	самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня з достатнім поясненням;
	65	ілюструє означення математичних понять, формулювань теорем і правил виконання математичних дій власними прикладами;
Достатній	70	вільно володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня з достатнім поясненням;
	75	самостійно виконує завдання в знайомих ситуаціях з достатнім поясненням;
	80	виправляє допущені помилки; аргументує обґрунтування математичних тверджень;
Високий	90	вільно і правильно висловлює відповідні математичні міркування, переконливо аргументує їх;
	95	вміє узагальнювати і систематизувати набуті знання;
	100	використовує набуті знання і вміння в незнайомих для нього ситуаціях;

ПИТАННЯ ДО СПІВБЕСІДИ

1. Розв'язати лінійне рівняння.
2. Обчислити відсотки від заданого числа.
3. Обчислити число, якщо відома його відсоткова частина.
4. Проаналізувати квадратне рівняння, стосовно його коефіцієнтів.
5. Розв'язати квадратичну нерівність.
6. Розв'язати рівняння, що містить невідоме під знаком модуля.
7. Розв'язати ірраціональне рівняння.
8. Розв'язати ірраціональну нерівність.
9. Перетворити тригонометричний вираз.
10. Розв'язати тригонометричне рівняння.
11. Розв'язати показникову або логарифмічну нерівність.
12. Обчислити похідну елементарної функції.
13. Скалярний добуток векторів. Умови колінеарності та компланарності векторів.
14. Обчислити площу трикутника.
15. Обчислити об'єм многогранника.
16. Обчислити площу криволінійної трапеції.
17. Обчислити ймовірність елементарної події.

ЗРАЗОК ЗАВДАННЯ, ЯКЕ ПРОПОНУВАТИМЕТЬСЯ НА СПІВБЕСІДІ

Білет №1

1. Ціна товару була збільшена спочатку на 20%, а пізніше знижена на 10%. На скільки відсотків змінилась ціна товару?
2. Розв'язати нерівність $x^2 - 4x + 4 \leq 0$.
3. Обчислити площу круга, описаного навколо трикутника, сторони якого дорівнюють 3, 4, 5.

Білет №2

1. Знайти $|x + y|$, якщо $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ 2xy = 1 \end{cases}$.
2. Вектори \vec{a} і \vec{c} утворюють кут 120° і $|\vec{a}| = 9$, $|\vec{c}| = 5$. Обчислити $|\vec{a} - \vec{c}|^2$.
3. Довжина більшої основи трапеції дорівнює 24. Обчислити довжину меншої основи трапеції, якщо відстань між серединами її діагоналей дорівнює 4.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ

З дисципліни «Геометрія»

1. Геометрія: підручник для 10 кл. загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. - К.: Генеза 2010 р. -232 с.
2. Геометрія: підручник для 11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів: академ. рівень, профільний рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. - К.: Генеза 2011 р. -336 с.

З дисципліни «Алгебра і початки аналізу»

1. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 кл. загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень / Є. П. Нелін. - Х.: Гімназія 2010р. -416 с.
2. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 кл. загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х.: Гімназія 2010 р. -416 с.
3. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 кл. загальноосвітніх навчальних закладів: профільний рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М.С. Якір. - Х.: Гімназія 2011 р. -431 с.

З дисципліни «Математика»

1. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підручник для 10кл закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Видавничий дім «Освіта», 2018 р. -288 с.
2. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підручник для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. - К.: Видавничий дім «Освіта», 2019 р. -272 с.
3. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підручник для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Є. П. Нелін. - Х.: Видавництво «Ранок» 2018 р. -328 с.
4. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. - Х.: Гімназія 2019 р. - 208 с.